

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа № 5 г. Челябинска»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
среднего общего образования
«Вероятность и статистика» в новой редакции
(10-11 класс)

Согласовано на заседании МО учителей математики и информатики
Протокол №1 от 30.08.2023 г.

г. Челябинск, 2023 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика» базового уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования.

Рабочая программа учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» базового уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана с учетом программы воспитания МАОУ «СОШ№5 г.Челябинска»

Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Вероятность и статистика» базового уровня является продолжением и развитием одноимённого учебного курса базового уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел».

Важную часть курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел – фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

На изучение курса «Вероятность и статистика» на базовом уровне отводится 1 час в неделю в течение каждого года обучения, всего 68 учебных часов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения,

связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными

познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) *Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды;

оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

10 КЛАСС

Читать и строить таблицы и диаграммы.

Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных.

Оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах.

Находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач.

Оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события; находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта.

Применять комбинаторное правило умножения при решении задач.

Оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха; находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения.

11 КЛАСС

Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм.

Оперировать понятием математического ожидания; приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению.

Иметь представление о законе больших чисел.

Иметь представление о нормальном распределении.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

10 КЛАСС

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события.

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе, геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.

Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований.

Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Представление данных и описательная статистика	4			https://resh.edu.ru/tv-program/archive/545
2	Случайные опыты и случайные события, опыты с равновероятными и элементарными исходами	3		1	http://school-collection.edu.ru/catalog
3	Операции над событиями, сложение вероятностей	3			http://school-collection.edu.ru/catalog
4	Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий	7	1		http://school-collection.edu.ru/catalog
5	Элементы комбинаторики	3			http://school-collection.edu.ru/catalog
6	Серии последовательных испытаний	4		1	http://school-collection.edu.ru/catalog
7	Случайные величины и распределения	6			http://school-collection.edu.ru/catalog
8	Обобщение и систематизация знаний	5	1		http://school-collection.edu.ru/catalog
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	2	

11 КЛАСС

№	Наименование	Количество часов	Электронные
---	--------------	------------------	-------------

п/п	разделов и тем программы	Всего	Контрольные работы	Практические работы	(цифровые) образовательные ресурсы
1	Математическое ожидание случайной величины	4			http://school-collection.edu.ru/catalog
2	Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4		1	http://school-collection.edu.ru/catalog
3	Закон больших чисел	4		1	http://school-collection.edu.ru/catalog
4	Непрерывные случайные величины (распределения). Нормальное распределение	4		1	http://school-collection.edu.ru/catalog
5	Повторение, обобщение и систематизация знаний	19	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	3	

КИМ 10, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Контрольная работа №1 Теория Вероятностей

<p>1 вариант</p> <p>1. Задумано двузначное число. Найдите вероятность того, что обе цифры этого числа одинаковы.</p> <p>2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6.</p> <p>3. На карточках выписаны цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Наугад берут пять карточек и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что получится нечетное число, большее чем 40000?</p> <p>4. На полке случайным образом в стопку сложены компакт-диски, из которых 5 с играми и 4 с фильмами. Какова вероятность, что диски с играми не перемешаны с дисками с фильмами?</p> <p>5. В ящике лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что они оба зеленые, если известно, что при этом второй вынутый шар не красный?</p> <p>6. Из пяти винтовок, среди которых 3 снайперские и 2 обычные, наудачу выбирается одна, и из нее производится выстрел. Найти вероятность попадания, если вероятность попадания из снайперской винтовки-0,95, а из обычной 0,7.</p>	<p>2 вариант</p> <p>1. Задумано двузначное число. Найдите вероятность того, что обе цифры этого числа различны.</p> <p>2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8.</p> <p>3. На карточках выписаны цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Наугад берут шесть карточек и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что получится число, делящееся на 5 и меньшее, чем 600000?</p> <p>4. На полке случайным образом в стопку сложены кассеты, из которых 3 с классикой и 5 с рок-музыкой. Какова вероятность, что кассеты разных жанров не перемешаны друг с другом?</p> <p>5. В ящике лежат 10 красных, 9 зеленых и 8 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что они разноцветные, если известно, что при этом первым не вынут синий шар?</p> <p>6. Из семи винтовок, среди которых 4 снайперские и 3 обычные, наудачу выбирается одна, и из нее производится выстрел. Найти вероятность попадания, если вероятность попадания из снайперской винтовки-0,9, а из обычной 0,65.</p>
<p>3 вариант</p> <p>1. Задумано двузначное число. Найдите вероятность того, что это число делится на 5.</p> <p>2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков не меньше 9.</p> <p>3. На карточках выписаны цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Наугад берут четыре карточки и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что получится четное число, которое меньше, чем 6000?</p> <p>4. Два стрелка стреляют по мишени, Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго-0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.</p> <p>5. В ящике лежат 11 красных, 12 зеленых и 9 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что они оба красные, если известно, что вторым не вынут зеленый шар?</p> <p>6. На первом заводе выпускают 60% батареек данной фирмы, а остальные выпускают на втором заводе. Вероятность брака на первом заводе составляет 3%, на втором 4%. Найдите вероятность того, что взятая наугад батарейка окажется бракованной.</p>	<p>4 вариант</p> <p>1. Задумано двузначное число. Найдите вероятность того, что это число не делится на 9.</p> <p>2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков не больше 5.</p> <p>3. На карточках выписаны цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Наугад берут пять карточек и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что получится четное число, которое меньше, чем 50000?</p> <p>4. Три стрелка стреляют по мишени, Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго и третьего-0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадают только двое стрелков.</p> <p>5. В ящике лежат 9 красных, 12 зеленых и 10 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что они разноцветные, если известно, что при этом первым не вынут красный шар?</p> <p>6. На первом заводе выпускают 30% лампочек данной фирмы, а остальные выпускают на втором заводе. Вероятность брака на первом заводе составляет 2%, на втором 3%. Найдите вероятность того, что взятая наугад лампочка окажется качественной.</p>

КИМ 10, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
Задание <u>1</u>	0,1	0,9	0,2	8/9
Задание <u>2</u>	5/36	5/36	5/18	5/18
Задание <u>3</u>	0,375	1/18	0,25	7/36
Задание <u>4</u>	1/63	1/28	0,38	0,416
Задание <u>5</u>	28/255	166/247	55/304	73/110
Задание <u>6</u>	0,85	111/140	0,034	0,973

КИМ 10, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Итоговая контрольная работа

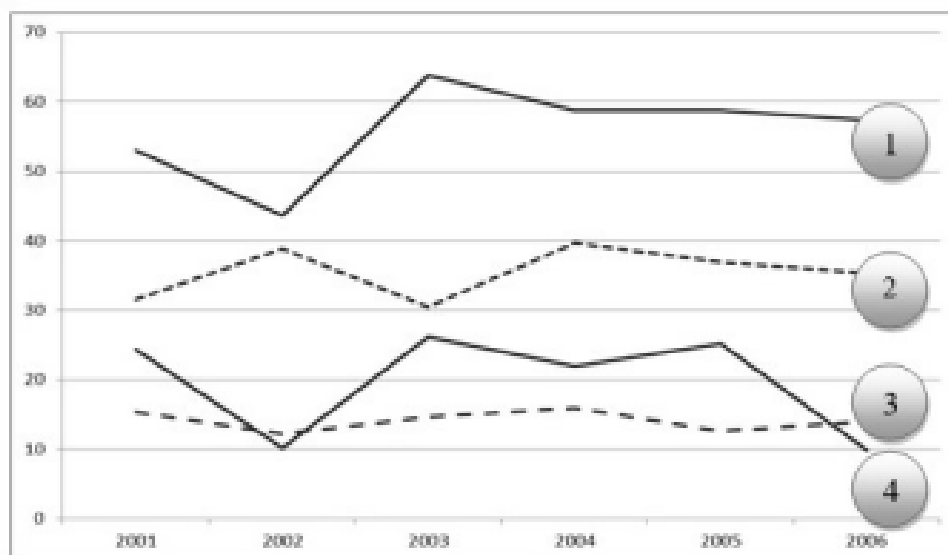
желаем успеха!

Для заданий 1–3 запишите только ответ.

1. В случайном эксперименте симметричную игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет от 4 до 10 очков.
2. Клиент получает в банке платёжную карту. Три последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что, среди этих последних трёх цифр нет двух одинаковых?
3. В колл-центре крупной компании в любой момент все телефонные линии могут оказаться заняты с вероятностью 0,4 и тогда дозвониться в колл-центр невозможно. Клиент пытается дозвониться. Какова вероятность того, что он сделает это с третьей попытки?

Для заданий 4–6 запишите полное решение и ответ.

4. Годовое производство пшеницы — это суммарная масса всех сортов пшеницы, выращенная в стране в течение года. Обычно измеряется в млн. тонн. **Урожайность пшеницы** (в ц/га) — масса пшеницы в центнерах по отношению к общей площади посевных площадей в гектарах. На диаграмме показано производство пшеницы в млн тонн в четырёх странах: во Франции, в Аргентине, в США и в Австралии за шесть лет, начиная с 2001 года. Рассмотрите диаграмму и прочтите фрагмент сопровождающей статьи.



КИМ 10, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

В 2002 году в США, особенно в южных штатах, всё лето стояла жара и жестокая засуха, свирепствовали лесные пожары. Все это негативно сказалось на урожае зерновых, в частности пшеницы. В том же году невероятно сухая погода в Австралии также привела к гибели посевов, но самая сильная засуха в Австралии случилась четыре года спустя — в 2006 году. Тогда производство сельскохозяйственных культур в этой стране упало на 20 %, сильнее всего пострадало производство пшеницы.

Начиная с мая 2003 года на всем юго-западе Европы стала аномально жаркая погода; к середине лета температура достигала 40 градусов. В некоторых районах Франции за июнь и июль не выпало ни капли осадков. Страна страдала от сильнейших пожаров, охвативших изрядную долю полей. Погодная аномалия 2003 года привела к низкому урожаю зерновых во Франции по сравнению с предыдущими и последующими годами.

- а) На основании прочитанного определите, какой стране соответствует каждая из четырёх линий на диаграмме.
- б) На линии 1 в 2003 году наблюдается резкий рост производства пшеницы. Похожая ситуация на линии 4 в 2003 году и на линии 2 в 2004 году. Чем можно объяснить такие пики производства после неудачных лет?
- в) Будем считать падение производства *значительным*, если оно превышает 10 % от уровня предыдущего года. В какой из стран в 2004 году падение производства пшеницы было значительным?

5. Стрелок последовательно стреляет по 5 мишеням — по каждой один раз. Вероятность попасть в мишень при каждом выстреле равна 0,7. За каждое попадание стрелок получает одно очко, при промахе — 0 очков. Найдите, вероятность того, что стрелок получит ровно 4 очка.

6. Случайные величины X и Y заданы распределениями:

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}.$$

- а) Найдите математическое ожидание случайной величины X .
- б) Найдите математическое ожидание случайной величины $Z = X + Y$.

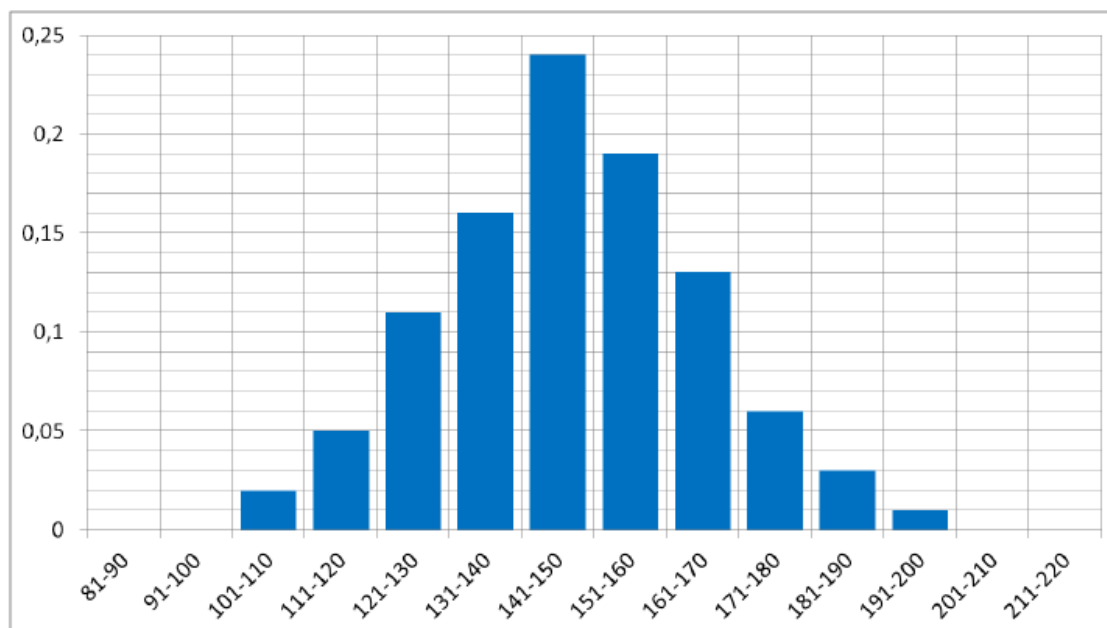
КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. Правильную игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность события «оба выпавших числа не меньше чем 3».

2. На основе многолетних наблюдений построена гистограмма количества пасмурных дней в городе П. в течение года. По горизонтали отчается количество пасмурных дней в году, по вертикальной оси — частоты.



На основе этих данных оцените (найдите приближённо) вероятность того, что в следующем году в городе П. будет от 131 до 150 пасмурных дней.

3. В таблице собраны данные о средних температурах воздуха в каждом месяце года в четырёх городах: Туапсе (Россия), Гиза (Египет), Сан-Паулу (Бразилия) и Васко-да-Гама (штат Гоа, Индия). Прочитайте сопроводительный текст и ответьте на вопросы.

Город Туапсе расположен на восточном побережье Чёрного моря. Из-за наличия рядом невысокого и хорошо продуваемого Шаумянского перевала

КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

в Туапсе фиксируются вторжения холодных северных масс воздуха. Поэтому зимой в Туапсе средняя температура не превышает $+10^{\circ}\text{C}$.

В Гизе, напротив, жаркий климат пустыни. В самые знойные летние месяцы не только максимальная, но даже средняя температура там превышает $+30^{\circ}\text{C}$.

Сан-Паулу расположен в южном полушарии, поэтому лето здесь длится с декабря по февраль, когда в северном полушарии зима. При этом климат мягкий: средние температуры летних месяцев — около $24\text{--}25^{\circ}\text{C}$.

На другой стороне земного шара, в индийском Гоа, климат тропический. Поэтому в городе Васко-да-Гама жарко круглый год и разница между средними температурами наиболее тёплого и наиболее прохладного месяцев не превышает 4°C .

	янв	фев	мар	апр	май	июн	июл	авг	сен	окт	ноя	дек
1	24,7	24,6	23,5	22,1	19,6	19,0	19,1	20,1	22,4	23,1	22,6	24,4
2	6,1	6,1	8,4	11,7	17,1	21,8	24,3	24,9	21,3	16,6	11,6	7,9
3	27,5	28	28,9	29,9	30,1	28,5	27,6	27,4	27,5	28,6	28,9	28,3
4	15,3	17,3	20,4	24,1	28,6	31,1	32,4	32,7	30,4	26,6	21,8	17,1

- а) Определите, какая строка таблицы какому городу соответствует.
б) В каком из данных городов размах среднемесячной температуры наибольший?

В заданиях 4–6 запишите полное решение и ответ

4. Сергей загадал случайное двузначное число, в котором первая цифра нечётная, а вторая — чётная. Михаил тоже загадал случайное двузначное число, в котором первая цифра нечётная, а вторая — чётная. Какова вероятность того, что они оба загадали одно и то же число?

5. В двух студенческих группах всего 28 девушек и 8 юношей. По жребию из них выбирают двоих. Какова вероятность того, что выбранными окажутся две девушки?

6. Дано распределение случайной величины X :

$$X \sim \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0,11 & 0,27 & a & 0,27 & 0,11 \end{pmatrix}.$$

- а) Найдите неизвестную вероятность.
б) Найдите вероятность события $X > 4$.
в) Найдите математическое ожидание случайной величины X .

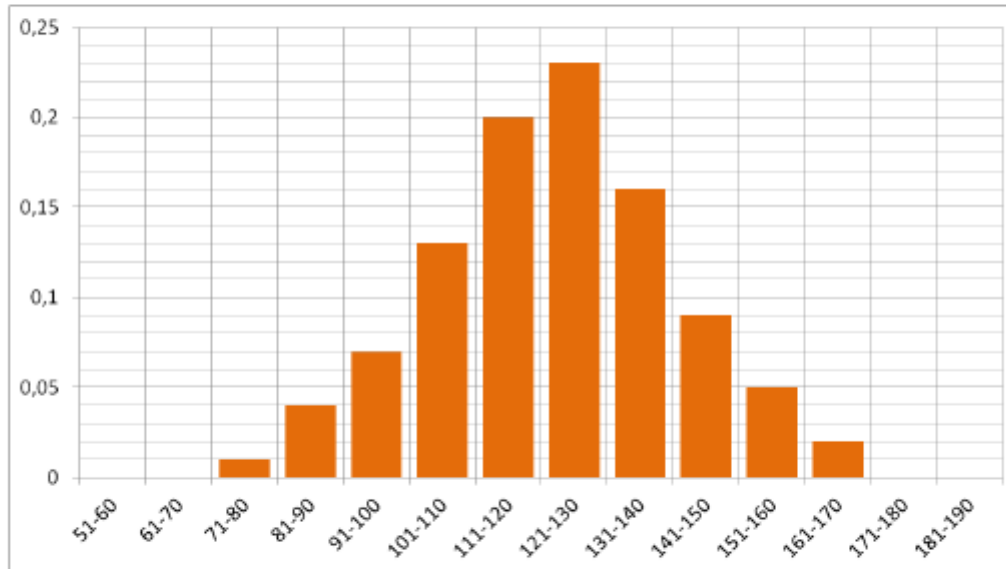
КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Вариант 2

В заданиях 1 – 3 запишите только ответ

1. Правильную игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность события «оба выпавших числа не больше чем 3».

2. На основе многолетних наблюдений построена гистограмма количества солнечных дней в городе Р. в течение года. По горизонтали отчается количество солнечных дней в году, по вертикальной оси — частоты.



На основе этих данных оцените (найдите приближённо) вероятность того, что в следующем году в городе Р. будет от 131 до 150 солнечных дней.

3. В таблице собраны данные о средних температурах воздуха в каждом месяце года в четырёх городах: Сингапур (Сингапур), Казань (Россия), Сидней (Австралия) и Нью-Йорк (США). Прочитайте сопроводительный текст и ответьте на вопросы.

КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Сингапур — город, расположенный в Юго-Восточной Азии. Он находится почти на экваторе, поэтому там круглый год достаточно жарко — не только максимальная, но даже средняя температура выше $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В Казани, наоборот, зимой стоят морозы, и среднемесячные температуры в это время года отрицательны.

Сидней — крупнейший город Австралии. Так как он находится в южном полушарии, летние месяцы здесь — с декабря по февраль. При этом климат мягкий: средние температуры летних месяцев — около $+22\text{--}23\text{ }^{\circ}\text{C}$.

На другой стороне земного шара, в Нью-Йорке, климат влажный субтропический. Несмотря на то, что город находится на берегу океана, разница в температурах зимой и летом достаточно большая, так как преобладает движение воздушных масс с материка. Почти каждую зиму выпадает снег, и среднемесячные температуры лишь немного выше $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

	янв	фев	мар	апр	май	июн	июл	авг	сен	окт	ноя	дек
1	0,5	1,2	5,2	11,3	17,4	22,5	26,5	25,4	21,9	15,5	8,4	4,3
2	27,8	27,9	28,8	29,8	30,3	29,9	29,5	29,5	29,3	29,6	29,0	28,3
3	-10,9	-10,3	-4,7	4,4	14,6	18,2	20,9	19,1	12,6	5,1	-1,9	-7,4
4	23,5	23,1	22,2	19,9	16,6	14,5	13,7	14,3	16,6	18,7	20,5	22,0

- Определите, какая строка таблицы какому городу соответствует.
- В каком из данных городов размах среднемесячной температуры наименьший?

В заданиях 4–6 запишите полное решение и ответ

- Сергей загадал случайное двузначное число, в котором первая цифра чётная, а вторая — нечётная. Михаил тоже загадал случайное двузначное число, в котором первая цифра чётная, а вторая — нечётная. Какова вероятность того, что они оба загадали одно и то же число?
- В 10 «Б» классе учится 13 девушек и 12 юношей. По жребию из них выбирают двоих. Какова вероятность того, что выбранными окажутся двое юношей?
- Дано распределение случайной величины X :

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 0,13 & 0,21 & a & 0,21 & 0,13 \end{pmatrix}.$$

- Найдите неизвестную вероятность.
- Найдите вероятность события $X > 6$.
- Найдите математическое ожидание случайной величины X .

КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

1. $\frac{4}{9}$. 2. 0,4. 3. а) 1 — Сан-Паулу, 2 — Туапсе, 3 — Васко-да-Гама, 4 — Гиза;
б) Туапсе.

4. 0,04.

Решение. Всего существует 25 двузначных чисел, у которых первая цифра нечётная, а вторая — чётная. Сергей загадал одно из них. Вероятность того, что Михаил загадал то же число, равна $\frac{1}{25} = 0,04$.

5. 0,6.

Решение. Мысленно заменим одновременный выбор последовательным. Вероятность того, что первой будет выбрана девушка, равна $\frac{28}{36} = \frac{7}{9}$. При этом условии вероятность того, что во второй раз тоже будет выбрана девушка, равна $\frac{27}{35}$. Искомая вероятность равна $\frac{7}{9} \cdot \frac{27}{35} = 0,6$.

6. Решение. а) Сумма вероятностей всех значений случайной величины равняется 1. Поэтому $a = 1 - 0,11 - 0,27 - 0,27 - 0,11 = 0,24$.

б) Указанному событию благоприятствуют значения 5 и 6. Складывая их вероятности, получаем

$$P(X > 4) = P(X = 5) + P(X = 6) = 0,27 + 0,11 = 0,38.$$

в) Распределение симметрично, а поэтому математическое ожидание величины X равно её среднему значению: $EX = 4$. Можно проверить этот факт подсчётом:

$$EX = 2 \cdot 0,11 + 3 \cdot 0,27 + 4 \cdot 0,24 + 5 \cdot 0,27 + 6 \cdot 0,11 = 4.$$

КИМ 11, ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

1. 0,25. 2. 0,25. 3. а) 1 — Нью-Йорк, 2 — Сингапур, 3 — Казань, 4 — Сидней;
б) Сингапур.

4. 0,05.

Решение. Всего существует 20 двузначных чисел, у которых первая цифра чётная, а вторая — нечётная. Сергей загадал одно из них. Вероятность того, что Михаил загадал то же число, равна $\frac{1}{20} = 0,05$.

5. 0,22.

Решение. Мысленно заменим одновременный выбор последовательным. Вероятность того, что первым будет выбран юноша, равна $\frac{12}{25}$. При этом условии

вероятность того, что во второй раз тоже будет выбран юноша, равна $\frac{11}{24}$. Ис-

комая вероятность равна $\frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0,22$.

6. Решение. а) Сумма вероятностей всех значений случайной величины равняется 1. Поэтому $a = 1 - 0,13 - 0,21 - 0,21 - 0,13 = 0,32$.

б) Событию $X > 6$ благоприятствуют значения 7 и 9. Сложим их вероятности:

$$P(X > 6) = P(X = 7) + P(X = 9) = 0,21 + 0,13 = 0,34.$$

в) Распределение величины X симметрично, а поэтому математическое ожидание величины X равно её среднему значению: $EX = 5$. Можно проверить этот факт подсчётом:

$$EX = 1 \cdot 0,13 + 3 \cdot 0,21 + 5 \cdot 0,32 + 7 \cdot 0,21 + 9 \cdot 0,13 = 5.$$

Рекомендуемые критерии оценивания

Работа содержит 9 пунктов в 6 заданиях. Предлагается следующая схема перевода числа выполненных пунктов в отметку по пятибалльной шкале.

Число верно выполненных пунктов	0 – 3	4 – 5	6 – 7	8 – 9
Отметка	2	3	4	5

Образовательное учреждение может скорректировать критерии в зависимости от особенностей прохождения программы.